University of Tsukuba Library

Hyperspaces of infinite-dimensional spaces

著者	矢口 雅人
内容記述	Thesis (Ph. D. in Science)--University of Tsukuba, (A), no. 3639, 2005.3.25 Includes bibliographical references
発行年	2005
URL	http://hdl.handle.net/2241/5580

【92】

氏　名（本籍）	矢口雅人（茨城県）
学位の種類	博　士（理　学）
学位記番号	博甲第 3639 号
学位授与年月日	平成 17 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審査研究科	数理物質科学研究科
学位論文題目	**Hyperspaces of Infinite-Dimensional Spaces** （無限次元空間上の巾空間）

主　査	筑波大学教授	理学博士	加藤久男
副　査	筑波大学教授	理学博士	保科隆雄
副　査	筑波大学教授	理学博士	森田　純
副　査	筑波大学助教授	理学博士	酒井克郎

論文の内容の要旨

無限次元トポロジーにおいて，巾空間は主要な研究対象の 1 つであり，記念碑的な結果として，“空間 X の空でない閉集合全体のなす巾空間 Cld（X）が Hilbert cube Q と同相となるためには，X が 1 点でない Peano 連続体（局所連結コンパクト連結距離空間）となることが必要十分である” という Curtis-Schori-West の巾空間定理がある。ここで，巾空間 Cld（X）の位相は Vietoris 位相であり，この位相で Cld（X）が距離付け可能となるために，X は距離付け可能だけでなくコンパクトでなければならない。コンパクトでない X に対しては，Cld（X）全体ではなく，空でないコンパクト集合全体のなす巾空間 Comp（X）やその部分巾空間が研究され，Curtis により，Comp（X）が Q から 1 点を除いた空間や Hibert 空間 l_2 と同相になるための必要十分条件が得られ，Curtis と Nguyen To Nhu により，空でない有限部分集合全体のなす巾空間 Fin（X）が l_2 の有限個の除いて座標が 0 となる点全体のなす部分空間 l_2^f と同相になるための必要十分条件が得られている。しかし，Cld（X）全体を扱うには，距離付け可能となる別の位相を考える必要がある。

最適化理論，凸解析，多値関数の理論といった分野においては，距離空間 X に対する上記の巾空間の他に，ノルム空間 X の閉凸集合全体のなす Conv（X）なども扱われ，古典的な Hausdorff 距離位相の他に，Wijsman 位相, Attouch-Wets 位相など, Vietoris 位相以外の位相が考えられている。最近, 無限次元トポロジーにおいて，酒井を中心に，そうした位相を持つ巾空間の研究が行われるようになった。本論文は，このような位相を持つ巾空間の研究において，著者が関わった研究の総合報告であり，4 編の共著論文と 1 編の単著論文をまとめたものである。Hausdorff 距離位相，Attouch-Wets 位相，Wijsman 位相を Cld（X）に導入した巾空間を, Cld_H（X), Cld_{AW}（X), Cld_W（X）と表し, さらに Comp（X), Fin（X）や有界閉集合全体 Bdd（X), (X がノルム空間の場合には，Conv（X)）などに上記の位相を導入した部分巾空間も Cld（X）の場合と同じように表す。

本論文の主な結果は以下のとおりである：

1. 距離空間 X に対して，Cld_H（X）の各連結成分が AR となるための十分条件を与えた。
2. ノルム空間 X に対して，Conv_H（X）の各連結成分および Conv_{AW}（X）が AR となる。

3. 可分無限次元 Banach 空間 X に対して，Cld_W（X）は l_2 と同相であり，Fin_W（X）と Bdd_W（X）は $l_2 \times l_2^f$ に同相である。
4. 稠密度 τ の無限次元 Banach 空間 X に対して，Comp_{AW}（X）と Fin_{AW}（X）は l_2（τ）$\times l_2^f$ に同相であり，Bdd_{AW}（X）は l_2（2^τ）$\times l_2^f$ に同相である。
5. 稠密度 τ の無限次元 Banach 空間 X に対して，Fin_H（X）は l_2（τ）$\times l_2^f$ に同相であり，Comp_H（X）は l_2（τ）に同相である。

ここで，l_2（τ）は稠密度 τ の Hilbert 空間を表す。上の結果 1 で与えられた条件は，最近 Banakh と Voytsitski により，必要条件でもあることも示されている。3 における X の可分性は Cld_W（X）の距離付け可能性のために必要であり，4 において Cld_{AW}（X）が l_2（2^τ）に同相であることは，Banakh，栗原，酒井の共同研究により既に証明されている。なお，1－4 は著者が関わった共同研究（1 は酒井，栗原との共同研究，2 と 4 は酒井との共同研究，3 は Kubiś，酒井との共同研究）による研究結果であり，5 は著者単独の研究結果である。

審 査 の 結 果 の 要 旨

無限次元トポロジーにおいて，Wijsman 位相や Attouch-Wets 位相を持つ巾空間の研究は，最近始められたばかりの先駆的な研究であり，本論文は，これらに関して興味深い多くの結果が含まれている。また，コンパクトでない距離空間 X に対して，Hausdorff 距離位相を持つ巾空間 Cld_H（X）は，無限次元トポロジーでは扱われていなかった。巾空間の研究において，AR（ANR）性を調べることは非常に重要である。本論文で与えている Cld_H（X）の各連結成分が AR となるための十分条件が，実際には，必要条件でもあり，このような距離空間 X を特徴付けていることは非常に意義深いことである。本論文には，これら共同研究による結果だけでなく，著者単独による Fin_H（X）に関する研究結果も含まれており，この部分に関しても独創的なアイデアが見られ，博士論文として十分な内容であると言える。本論文の基になった 5 編の論文のうち，3 編は著名な国際学術誌に投稿され論文審査を通り，1 編は既に掲載され，他の 2 編は掲載予定であり，本論文に含まれる結果は国際的な評価を受けていると言える。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。